

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»

УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор - проректор
по научной работе

_____ А.В. Коржов

« ____ » _____ 2022 г.

ПРОГРАММА

кандидатского экзамена по специальной дисциплине:

Научная специальность: 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика»
(физико-математические науки)

Разработчики:

1. _____ Замышляева А.А., д.ф.-м.н., профессор, директор ИЕТН
2. _____ Загребина С.А., д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой МиКМ
3. _____ Манакова Н.А., д.ф.-м.н., доцент, зав. кафедрой УМФ

Челябинск 2022 г.

Содержание программы

1. Перечень тем для подготовки к кандидатскому экзамену	3
2. Вопросы для подготовки к сдаче кандидатского экзамена с учетом отрасли науки	3
3. Перечень основной и дополнительной учебной литературы	4
4. Условия допуска к экзамену	6
5. Процедура проведения экзамена	6

1. Перечень тем для подготовки к кандидатскому экзамену

- 1.1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.
- 1.2. Динамические системы, дифференциальные уравнения на многообразиях.
- 1.3. Нелинейные дифференциальные уравнения и системы нелинейных дифференциальных уравнений.
- 1.4. Аналитическая теория дифференциальных уравнений.
- 1.5. Теория псевдодифференциальных операторов.
- 1.6. Теория дифференциально-операторных уравнений.
- 1.7. Теория дифференциальных включений и вариационных неравенств.
- 1.8. Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений в задачах оптимального управления и вариационного исчисления.
- 1.9. Математические проблемы термодинамики, кинетики и статистической физики.

2. Вопросы для подготовки к сдаче кандидатского экзамена с учетом отрасли науки

- 2.1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
- 2.2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
- 2.3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля – Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
- 2.4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
- 2.5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
- 2.6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстрогодействия для линейных систем.
- 2.7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
- 2.8. Задача Штурма – Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
- 2.9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.

- 2.10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
- 2.11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.
- 2.12. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.
- 2.13. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)
- 2.14. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
- 2.15. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
- 2.16. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
- 2.17. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.
- 2.18. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
- 2.19. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).
- 2.20. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
- 2.21. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
- 2.22. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.
- 2.23. Теоремы отделимости, теорема Банаха об обратном операторе и следствия из них. Определение производных, основные теоремы дифференциального исчисления в функциональных пространствах. Теоремы о неявной функции и обратном отображении. Теорема Люстерника о касательном пространстве.
- 2.24. Принцип Лагранжа для гладких задач. Случай бесконечномерных экстремальных задач с равенствами и неравенствами. Простейшая задача и задача Лагранжа в классическом вариационном исчислении; уравнения Эйлера и Эйлера-Лагранжа. Простейшие вариационные неравенства.

3. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

3.1. Основная литература

- 3.1.1. Владимирова В.С. Уравнения математической физики. - М.: Физматлит, 1988.

- 3.1.2. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. - М.:Наука, 1983.
- 3.1.3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1998.
- 3.1.4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкrellидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1963.
- 3.1.5. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. Изд-во ЛКИ, 2008.
- 3.1.6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 2004.
- 3.1.7. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. УРСС, 2007.
- 3.1.8. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. -М.: Изд-во физматлит, 1985.
- 3.1.9. Эванс Л.К. Уравнения с частными производными. — Новосибирск: Тамара Рожковская, 2003.
- 3.1.10. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1971.
- 3.1.11. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Изд-во МГУ, 2005.
- 3.1.12. Арнольд В.И. Дополнительные главы обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва, Наука, 1978.
- 3.1.13. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
- 3.1.14. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973.
- 3.1.15. Иоффе А. Д., Тихомиров В. М. Теория экстремальных задач. М.: Наука, 1974.
- 3.1.16. Магарил-Ильяев Г. Г., Тихомиров В. М. Выпуклый анализ и его приложения. М.: Эдиториал УРСС, 2002.
- 3.1.17. Галеев Э. М., Зеликин М. И., Конягин С. В. и др. Оптимальное управление. М.: МЦНМО, 2008.
- 3.1.18. Каток А.Б., Хасселблат Б. "Введение в современную теорию динамических систем" / М.: Факториал, 1999.
- 3.2.Дополнительная литература
- 3.2.1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
- 3.2.2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Изд-во МГТУ, 1996.
- 3.2.3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
- 3.2.4. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

3.2.5. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 1978.

4. Условия допуска к экзамену

К сдаче кандидатских экзаменов допускаются аспиранты, а также лица, имеющие высшее образование, подтвержденное дипломом специалиста или магистра, прикрепленные для подготовки диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, сдачи кандидатских экзаменов без освоения программ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре.

5. Процедура проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме с обязательным составлением развернутых ответов на специально подготовленных для этого бланках. В каждом билете содержится по три вопроса. Для ответа на билеты аспиранту/прикреплённому лицу предоставляется возможность подготовки в течение 1 часа. На экзамене аспиранту/прикреплённому лицу предоставляется право пользоваться необходимыми справочными материалами, учебной и научной литературой. Продолжительность устного ответа на экзамене, как правило, не должна превышать 30 минут. После ответа на основные вопросы билета аспиранту/прикреплённому лицу задаются дополнительные вопросы в рамках тематики программы экзамена. Результаты кандидатского экзамена объявляются аспиранту/прикреплённому лицу в тот же день после оформления протоколов заседания комиссии.